

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΟ ΤΕΣΤ

1. **A.** Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ):

- i. $(x - y)(-x + y) = x^2 - y^2$
- ii. $(-x - 2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$

B. Συμπληρώστε τα κενά:

- i. $(\dots - \dots)^2 = 9x^2 \dots 6xy \dots$
- ii. $(x - 3)^3 = \dots$

Γ. Παραγοντοποιείτε πλήρως τις ακόλουθες παραστάσεις:

- i. $x^2y - x^2 - xy + x + y - 1 =$
- ii. $16x^2 + 40xy + 25y^2 =$
- iii. $16y^2 - 9(x + y)^2 =$
- iv. $2x^2 - 3x + 1 =$

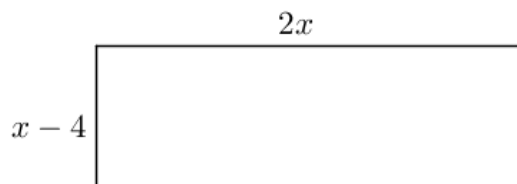
2. **A.** Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις ακόλουθες παραστάσεις:

- I. $4\alpha^2\beta - \frac{\beta^3}{9}$
- II. $5\alpha^v - 20\alpha^{v+1}\beta + 20\alpha^{v+2}\beta^2, v \in \mathbb{N}$
- III. $3x(1 - y)^2 - 6x^2(y - 1)^2 - 3x(1 - y)$

B. Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \frac{2}{3+\sqrt{5}}$ και $\beta = \frac{2}{3-\sqrt{5}}$

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\alpha + \beta$.

3. Η επιφάνεια ενός χαλιού φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι διαστάσεις του σε μέτρα είναι:



i. Γράψτε μια έκφραση για το εμβαδόν A, σε m^2 , του χαλιού.

Αν το εμβαδόν του χαλιού είναι $10m^2$, τότε

- ii. Να υπολογίσετε την τιμή του x.
- iii. Δώστε την τιμή του μήκους και του πλάτους του χαλιού, σε μέτρα.

4. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 + 5x - 1 = 0$.
- Δείξτε ότι έχει δύο πραγματικές, διαφορετικές, ρίζες, x_1, x_2 .
 - Υπολογίστε τις ακόλουθες παραστάσεις: $x_1 + x_2$, $x_1 \cdot x_2$ και $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
 - Κατασκευάστε μια δευτεροβάθμια εξίσωση τέτοια ώστε οι ρίζες της να είναι: $r_1 = \frac{1}{x_1}$ και $r_2 = \frac{1}{x_2}$.

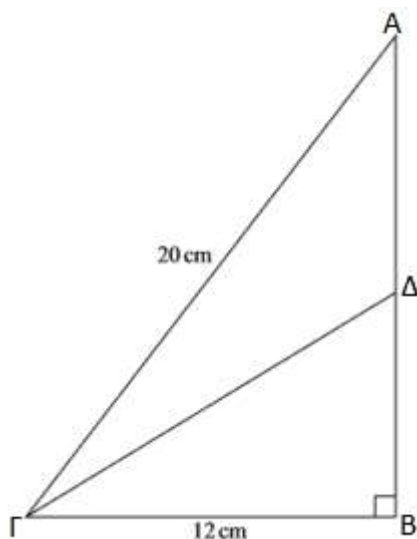
5. Στο τρίγωνο ABΓ δίνονται οι πλευρές ΑΓ=20cm, ΒΓ=12 και η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 90^\circ$.

I. Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΒ.

Δίνεται το σημείο Δ της πλευράς ΑΒ τέτοιο ώστε $\varepsilon\varphi(\hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{B}) = 0,6$.

II. Να βρείτε το μήκος της ΔΒ.

III. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΔ.



6. 1. Να λύσετε την παρακάτω ανίσωση και να γράψετε τις λύσεις της σε μορφή διαστήματος Δ.

$$\frac{|2x - 1|}{3} - 1 < \frac{3 - |1 - 2x|}{4}$$

2. Αν $x \in \Delta$, να δείξετε ότι η ακόλουθη παράσταση Α είναι σταθερός αριθμός (δηλαδή ανεξάρτητη του x), όπου:

$$A = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x + 1} + \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}$$

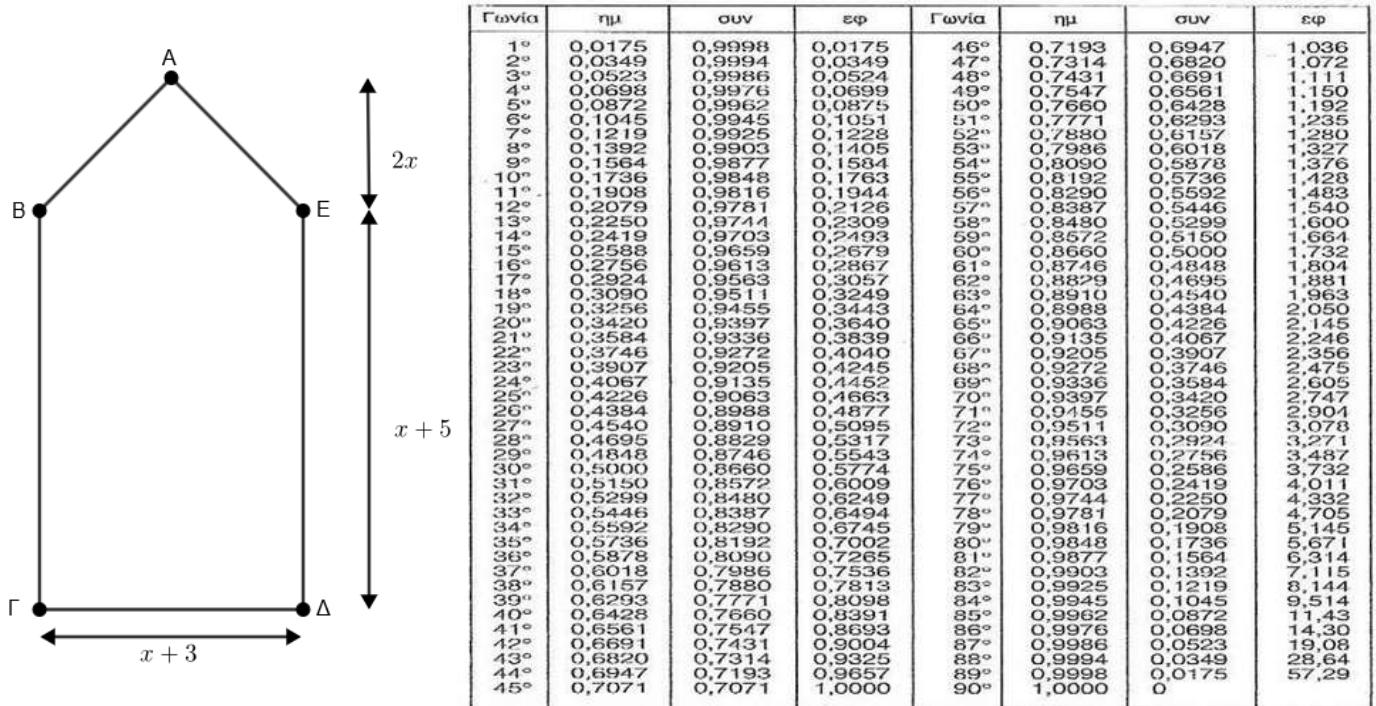
7. Η βάση ενός ηλεκτρικού σίδηρου έχει σχήμα πενταγώνου ΑΒΓΔΕ, όπου το ΒΓΔΕ είναι παραλληλόγραμμο με πλευρές $(x + 3)$ cm και $(x + 5)$ cm και το ΑΒΕ είναι ισοσκελές τρίγωνο (ΑΒ=ΑΕ) με ύψος $2x$ cm. Το εμβαδόν του ΑΒΓΔΕ είναι 21 cm^2 .

IV. Να εκφράσετε το εμβαδόν του ΑΒΓΔΕ συναρτήσει του x .

V. Να δείξετε ότι $2x^2 + 11x - 6 = 0$.

VI. Να βρείτε το μήκος του ΓΔ.

VII. Να βρείτε προσεγγιστικά τη γωνία $B\hat{A}E$.



8. Δίνεται το τριώνυμο $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda$, $\lambda \neq 0$

1. Να βρείτε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \neq 0$.

2. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, να εκφράσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ συναρτήσει του $\lambda \neq 0$ και να βρείτε την τιμή του γινομένου $P = x_1 \cdot x_2$ των ριζών.

3. Αν $\lambda > 0$, το παραπάνω τριώνυμο έχει ρίζες θετικές ή αρνητικές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

4. Αν $0 < \lambda \neq 1$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου, τότε να συγκρίνετε τους αριθμούς $\frac{x_1 + x_2}{2}$ και 1.

9. 1. Να χαρακτηρίσετε, χωρίς να αιτιολογήσετε, τις παρακάτω προτάσεις, ως σωστές (Σ) ή ως λάθος (Λ).

i. Αν $\beta \geq 0$, τότε $\sqrt{\alpha^2 \beta} = \alpha \sqrt{\beta}$.

ii. Για κάθε $\alpha, \beta \geq 0$ ισχύει $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \alpha + \beta$.

iii. Αν $\alpha \geq 0$, μπορούμε πάντα να γράφουμε $\sqrt[6]{\alpha^3} = \sqrt{\alpha}$.

(Μονάδες 6)

2. Να επιλέξετε, χωρίς να αιτιολογήσετε, τη σωστή απάντηση:

i. Από την ισότητα $|x| + |y| = 0$ προκύπτει ότι:

1. $x > 0$ και $y > 0$
2. $|x|$ και $|y|$ είναι αντίθετοι αριθμοί
3. $x = 0$ και $y = 0$
4. $x > 0$ και $y < 0$.

ii. Αν $x < 0$ και $y > 0$ τότε

1. $|x| + |y| = x + y$
2. $|x| + |y| \geq |x + y|$
3. $|x| - |y| = -x - y$
4. $|y| - |x| = |x - y|$

iii. Αν ισχύει η σχέση $|2 - x| = -x + 2$, τότε

1. $x \geq 2$
2. $x \geq 0$
3. $x \leq 2$
4. $0 \leq x \leq 2$

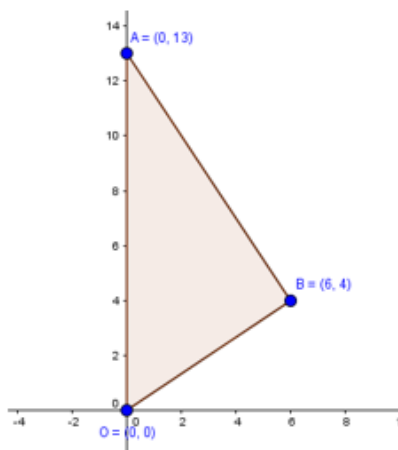
3. Να δείξετε ότι η τιμή της παρακάτω παράστασης είναι ανεξάρτητη του $n \in \mathbb{N}$.

$$\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$$

10. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνονται τα σημεία

O (0, 0), A (0, 13) και B (6, 4).

- I. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των σημείων A και B.
- II. Το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- III. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου AOB.



11. Η εξίσωση $2x^2 + x + c = 0$, όπου $c \in \mathbb{R}$, έχει δύο πραγματικές διαφορετικές ρίζες r_1, r_2 .

I. Δώστε το άθροισμα, S , και το γινόμενο, P , των ριζών αυτών.

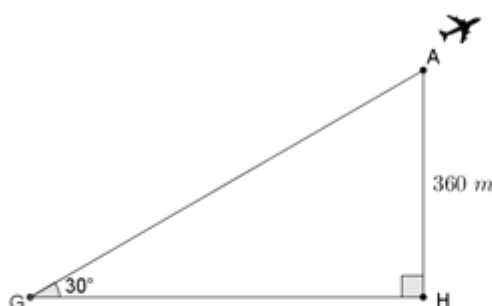
II. Αν επιπλέον ισχύει ότι $r_2 = \frac{r_1^2}{2}$, να δείξετε ότι $r_1 = -1$, $r_2 = \frac{1}{2}$.

III. Να βρείτε την τιμή του $c \in \mathbb{R}$.

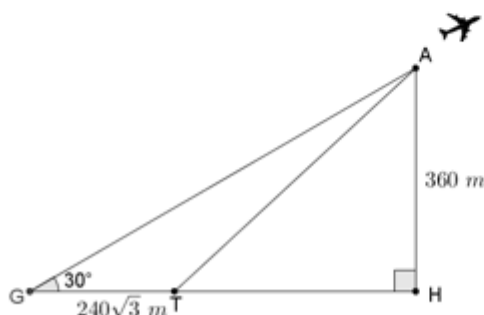
IV. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $2x^2 + x - 1$.

12. Ο Θάνος είναι στο αεροδρόμιο του Βερολίνου και παρακολουθεί τα αεροπλάνα που καθώς απογειώνονται. Συγκεκριμένα, παρατηρεί ένα αεροπλάνο που βρίσκεται σε γωνία 30° από το σημείο G που εκείνος στέκεται. Το αεροπλάνο βρίσκεται σε ύψος 360 μέτρων. Τα δεδομένα φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα.

a. Υπολογίστε την οριζόντια απόσταση, GH , του αεροπλάνου από το Θάνο.



Το αεροπλάνο απογειώθηκε από το σημείο T , το οποίο είναι $240\sqrt{3}$ μέτρα από εκεί που στέκεται ο Θάνος, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



b. Χρησιμοποιώντας την απάντησή σας στο ερώτημα (a), υπολογίστε τη γωνία ATH , δηλαδή τη γωνία απογείωσης του αεροπλάνου.

13. A. Για τις ακόλουθες ερωτήσεις, επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

I. Αν $a + b = 5$ και $a^2 - b^2 = 30$, η τιμή του $a - b$ είναι:

A.-5 B.-6 C.8 D.6

II. Αν $(a + b)^2 = 36$ και $a^2 + b^2 = 68$, η τιμή του ab είναι:

A.-32 B.12 C.-16 D.-18

B. Να απλοποιήσετε την ακόλουθη παράσταση:

$$\frac{x^3 - 5x^2 + 4x - 20}{3x^2 - 75} : \frac{x^2 + 4}{x^2 + 10x + 25}$$